

XVI FESTIVAL ACADÉMICO DE LA DGETI 2016

PROBLEMAS PARA ETAPA 1

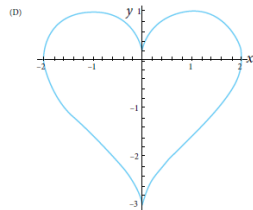
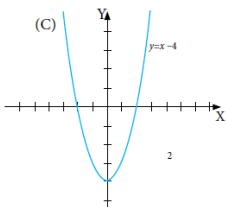
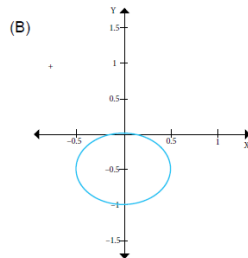
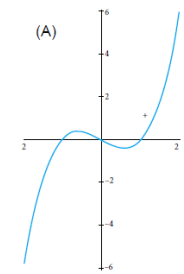
1. ¿Cuáles de las siguientes correspondencias son funciones?

- a) a cada persona hace corresponder su madre biológica.
- b) a cada madre biológica le hace corresponder su hijo.
- c) a cada mujer hace corresponder su esposo.
- d) a cada elemento del conjunto $A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$ le hace corresponder su raíz cuadrada.

2. ¿Cuál es el dominio y contradominio de $f(x) = \frac{1}{x}$

- a) $x \neq 0, f(x) \neq 0$
- b) $x = 0, f(x) \neq 0$
- c) $x \neq 0, f(x) = 0$
- d) $x > 0, f(x) < 0$

3. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponden a una función?



- a) A,B
- b) A,C
- c) C,D
- d) C,B

4. Hallar la solución de la desigualdad $-3 \leq \frac{x+4}{-2} < 16$

- a) $-6 < x \leq 26$
- b) $2 < x \leq 36$
- c) $-16 < x \leq 2$
- d) $-36 < x \leq 2$

5. Resolver $\left| \frac{2}{x} - 3 \right| < 5$

a) $\left(-\frac{1}{4}, \infty\right)$ y $(-\infty, +1)$

b) $\left(-\frac{1}{4}, \infty\right)$ y $(-\infty, -1)$

c) $\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$ y $(-\infty, -1)$

d) $\left(\frac{1}{4}, -\infty\right)$ y $(-\infty, 1)$

6. La temperatura en escala Fahrenheit y Celcius(centígrados) están relacionados por la formula $C = \left(\frac{5}{9}\right)(F - 32)$. ¿A qué temperatura Fahrenheit corresponderá una temperatura en escala centígrada que se encuentra $40^\circ \leq C \leq 50^\circ$?

a) $122 \leq F \leq 104$

b) $104 \leq F \leq 122$

c) $100 \leq F \leq 122$

d) $104 \leq F \leq 120$

7. Dado que f y g son las funciones definidas por $f(x) = \sqrt{x+1}$ y $g(x) = \sqrt{x-4}$, define la siguiente función $f \circ g$.

a) $\sqrt{x+1} \sqrt{x-4}$

b) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-4}$

c) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-4}$

d) $\sqrt{x+1} \sqrt{x-2}$

8. Sea $f(x) = x^2$ y $g(x) = \text{Sen}(x)$, efectuar la composición $(f \circ g)(x)$

a) $x^2 \text{sen}(x)$

b) $x \text{sen}(x)$

c) $(\text{sen}(x))^2$

d) $\text{sen}(x) \cdot x$

9. Dadas $f(x) = \sqrt{1-x}$ y $g(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$. Determina $h(x) = (f \circ g)(x)$.

a) $\sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$

b) $\sqrt{\frac{-1}{x^2+2}}$

c) $\sqrt{\frac{-2}{x^2+1}}$

d) $\sqrt{\frac{-1}{x^2+1}}$

10. Si, $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ ¿a qué valor se aproxima $f(x)$ si x se aproxima a 2.

a) -4

b) 4

c) -2

d) 2

11. Sea f la función definida por la ecuación $f(x) = \frac{2x^2-3x-2}{x-2}$ para toda $x \in \mathbb{R}, x \neq 2$, cuando x toma valores muy cercanos a 2, la función se aproxima a:

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

12. Evaluar: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x-1}, (x-1) \neq 0$

a) 3

b) -3

c) 4

d) 5

13. Calcula el siguiente límite: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6x^2+2x+1}{6x^2-3x+4}$

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

14. Si $f(x) = \sqrt{x-1}$, determina la derivada de f .

a) $\frac{2}{\sqrt{x-1}}$

b) $\frac{x}{2\sqrt{x-1}}$

c) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$

d) $\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

15. Si $y = x^4 + 5x^3 + 7x$, la pendiente de la recta tangente a su gráfica está dada por:

a) $m = \frac{1}{5}x^5 + \frac{5}{4}x^4 + \frac{7}{2}x^2$

b) $m = 7/5$

c) $m = 4x^3 + 15x^2 + 7$

d) $m = x^3 + x^2 + 7$

16. Es la derivada de la función $y = (x^2 - 6x + 5)^{10}$

a) $20(x - 3)(x^2 - 6x + 5)^8$

b) $20(x - 3)(x^2 - 6x + 5)^9$

c) $20(x - 3)(x^2 - 6x + 5)^{10}$

d) $20(x - 3)(x^2 - 6x + 5)^2$

17. Calcular la derivada de la función $f(x) = x^2 + \text{sen}(x)$

a) $f'(x) = 2x \cdot \cos(x)$

b) $f'(x) = 2x + \text{sen}(x)$

c) $f'(x) = 2x - \cos(x)$

d) $f'(x) = 2x + \cos(x)$

18. Calcular la derivada de la función $f(x) = \cos(e^{2x})$

a) $f'(x) = -e^{2x} \cdot \text{sen}(e^{2x})$

b) $f'(x) = -2x \cdot e^{2x} \cdot \text{sen}(e^{2x})$

c) $f'(x) = -2e^{2x} \cdot \text{sen}(e^{2x})$

d) $f'(x) = 2e^{2x} \cdot \text{sen}(e^{2x})$

19. Hallar la derivada de $y = 2x \cos x - 2 \text{sen} x$

a) $y' = 2x \text{sen} x$

b) $y' = -2x \text{sen} x$

c) $y' = 2x \cos x$

d) $y' = -2x \cos x$

20. Hallar la derivada de $f(x) = \ln^2 x$

a) $\frac{2 \ln x}{x}$

b) $\frac{\ln x}{x}$

c) $\frac{-2 \ln x}{x}$

d) $\frac{\ln 2x}{x}$

21. Calcular la derivada de $g(x) = (e^{\sec x})$

a) $e^{\sec x} \text{sen} x \tan 2x$

b) $e^{\sec x} \text{sen} x$

- c) $e^{\sec x} x \tan x$
d) $e^{\sec x} \sec x \tan x$

22. Por medio de la derivación implícita, obtenga $\frac{dy}{dx}$, de $(y + 1)^2 = 4x^3$

- a. $\frac{4x^2}{y+1}$
b. $\frac{5x^2}{y+1}$
c. $\frac{6x^2}{y+1}$
d. $\frac{x^2}{y+1}$

23. Supóngase que $C(x)$ dólares es el costo total por la fabricación de x juguetes, y que $C(x) = 110 + 4x + 0.02x^2$. Determinar el costo marginal $C'(x)$, cuando $x=50$.

- a) 5
b) 6
c) 7
d) 8

24. Una bacteria tiene forma esférica. Determine la tasa de variación del volumen de la bacteria con respecto al radio cuando éste mide $1.5\mu m$ (micras)

- a) $6\pi \frac{\mu m^3}{\mu m}$
b) $7\pi \frac{\mu m^3}{\mu m}$
c) $8\pi \frac{\mu m^3}{\mu m}$
d) $9\pi \frac{\mu m^3}{\mu m}$

25. Un rectángulo tiene 120 m. de perímetro. ¿Cuáles son las medidas de los lados del rectángulo que dan el área máxima?

- a) $a = 40, y = 20$
b) $a = 30, y = 30$
c) $a = 50, y = 10$
d) $a = 80, y = 40$

26. La ecuación $S(t) = t^2 + 2t$ describe el movimiento de una partícula sobre una recta. La distancia al origen está en metros y t está en segundos. Calcular la velocidad cuando $t = 3$ s.

- a) $8 \frac{m}{s}$
b) $-8 \frac{m}{s}$

c) $2 \frac{m}{s}$

d) $4 \frac{m}{s}$

27. Un jugador golpea una bola de billar, haciéndola moverse en línea recta, si **S** centímetros es la distancia de la bola desde su posición inicial a los **t** segundos, entonces $S = 100t^2 + 100t$, si la bola da en una banda que se encuentra a 39 cm de su posición inicial, ¿a qué velocidad pega en la banda?

a) $155 \frac{cm}{s}$

b) $150 \frac{cm}{s}$

c) $160 \frac{cm}{s}$

d) $100 \frac{cm}{s}$

28. A las 10 horas hay 2000 bacterias en un frasco. A las 15 horas hay 12000 bacterias. ¿Cuál es la razón de cambio promedio de la población de bacterias con respecto al tiempo?

a) 1000

b) 2000

c) 3000

d) 4000

29. Para medir magnitudes que crecen muy rápidamente se utiliza la llamada escala logarítmica. Por ejemplo la magnitud **R** de un terremoto en la **escala de Richter** se mide utilizando la expresión $R = \text{Log}_{10} \frac{I}{I_0}$ en la que **I** es la intensidad del terremoto y **I₀** la de un terremoto utilizado como patrón. ¿Cuál es la razón entre las intensidades de un terremoto de magnitud 8.3 (Yokohama 1923) con uno de magnitud 7.2 (Kobe 1995)?

a) 12.6

b) 12.8

c) 12.9

d) 12.0

30. El movimiento de un objeto lo describimos por la ecuación $S = \frac{t^3}{3} - t^2$, para el tiempo en un intervalo de (0,10), si **t** está dada en segundos y **S** en metros. Calcula la distancia recorrida, la velocidad y la aceleración para, **t** = 6 s.

a) 6m, $24 \frac{m}{s}$, $10 \frac{m}{s^2}$

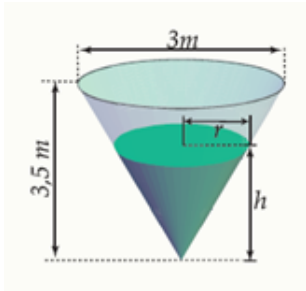
b) 3m, $24 \frac{m}{s}$, $10 \frac{m}{s^2}$

c) 36m, $24 \frac{m}{s}$, $10 \frac{m}{s^2}$

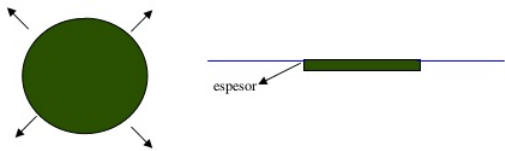
d) 36m, $4 \frac{m}{s}$, $10 \frac{m}{s^2}$

PROBLEMAS PARA ETAPA 2

31. Un recipiente cónico (con el vértice hacia abajo) tiene 3 metros de ancho arriba y 3,5 metros de hondo. Si el agua fluye hacia el recipiente a razón de 3 metros cúbicos por minuto, encuentre la razón de cambio de la altura del agua cuando tal altura es de 2 metros.



- a) $1.3 \frac{m}{min}$
b) $3.1 \frac{m}{min}$
c) $1.5 \frac{m}{min}$
d) $1.8 \frac{m}{min}$
32. Una mancha con forma de cilindro recto circular se ha formado al derramarse en el mar 100 m^3 de petróleo.



- Calcula con qué rapidez aumenta el radio de la mancha cuando ese radio es de 50 m, si el espesor disminuye a razón de $10 \frac{cm}{h}$ en el instante en que $R = 50 \text{ m}$.

- a) $20 \frac{m}{h}$
b) 6.2π
c) $10 \frac{cm}{h}$
d) $20 \frac{ft}{s}$

33. Un globo esférico se llena con gas con un gasto constante $100 \frac{l}{min}$. Suponiendo que la presión del gas es constante, halla la velocidad con que está aumentando el R del globo en el instante en que $R = 0.3$ m.

a) $10 \frac{m}{h}$

b) 4π

c) $9 \frac{cm}{min}$

d) $10 \frac{ft}{min}$